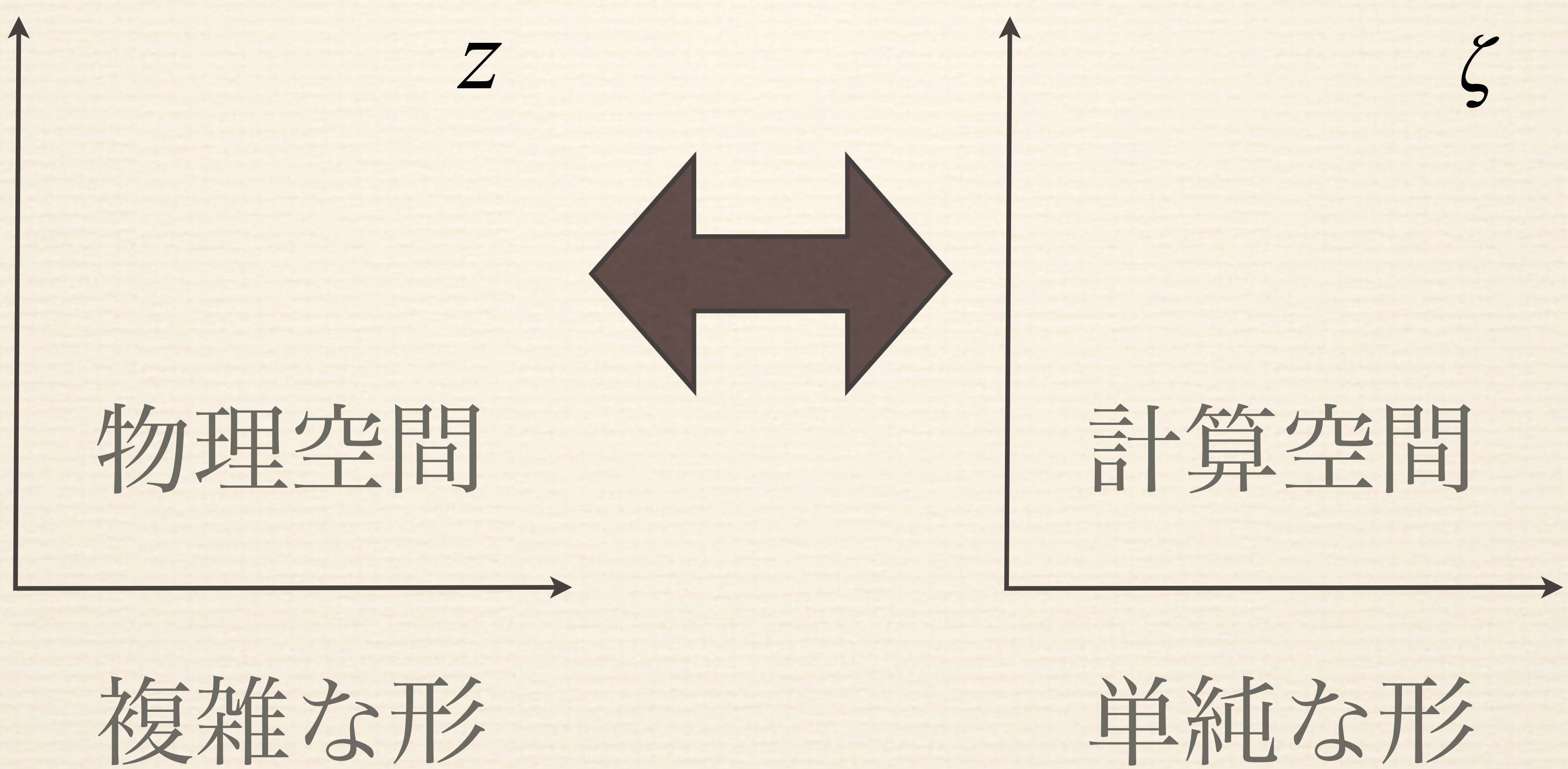
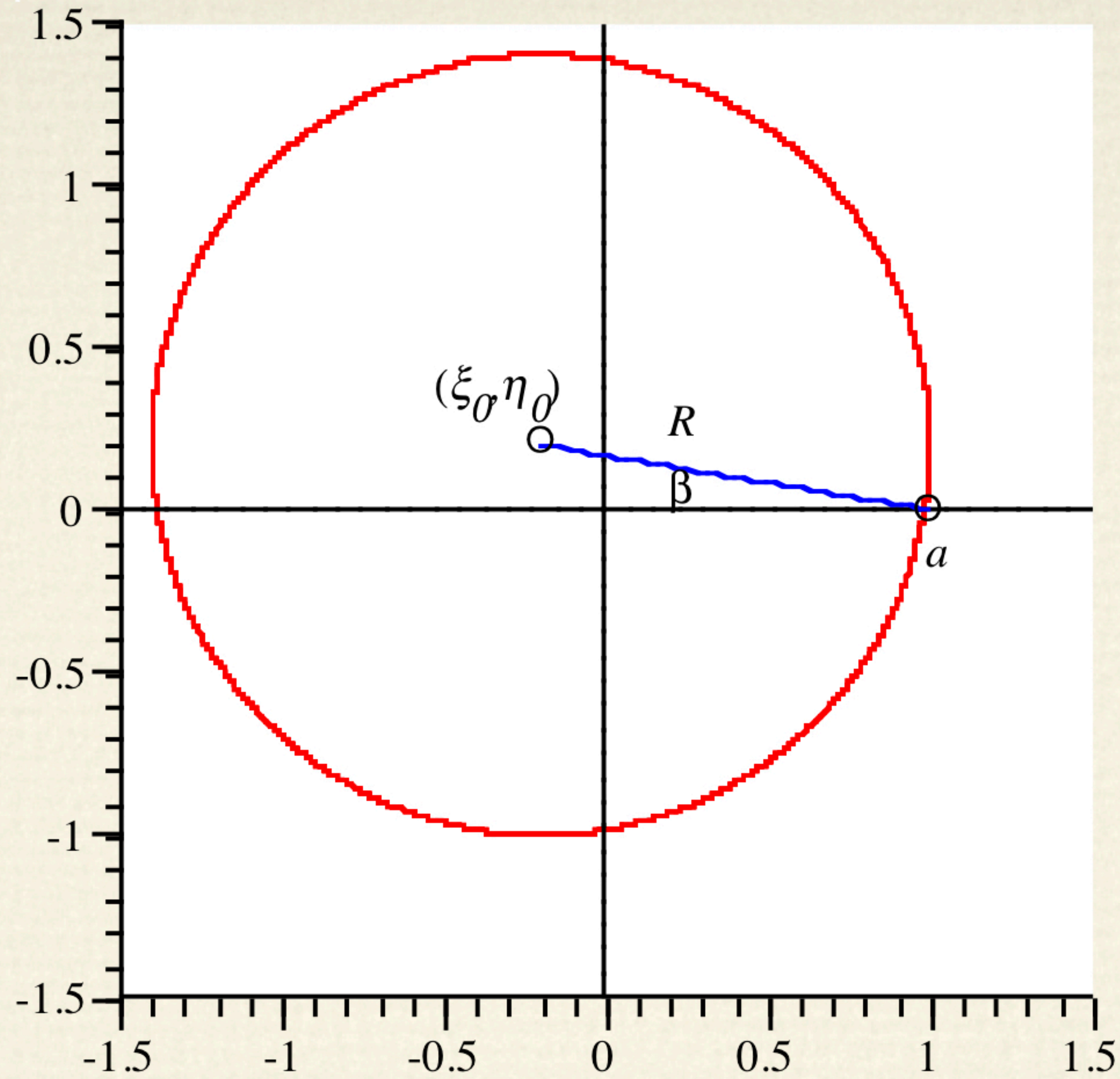
複素関数論における写像変換

翼の作成

ジューコフスキー変換

$$z = \zeta + \frac{a^2}{\zeta}$$

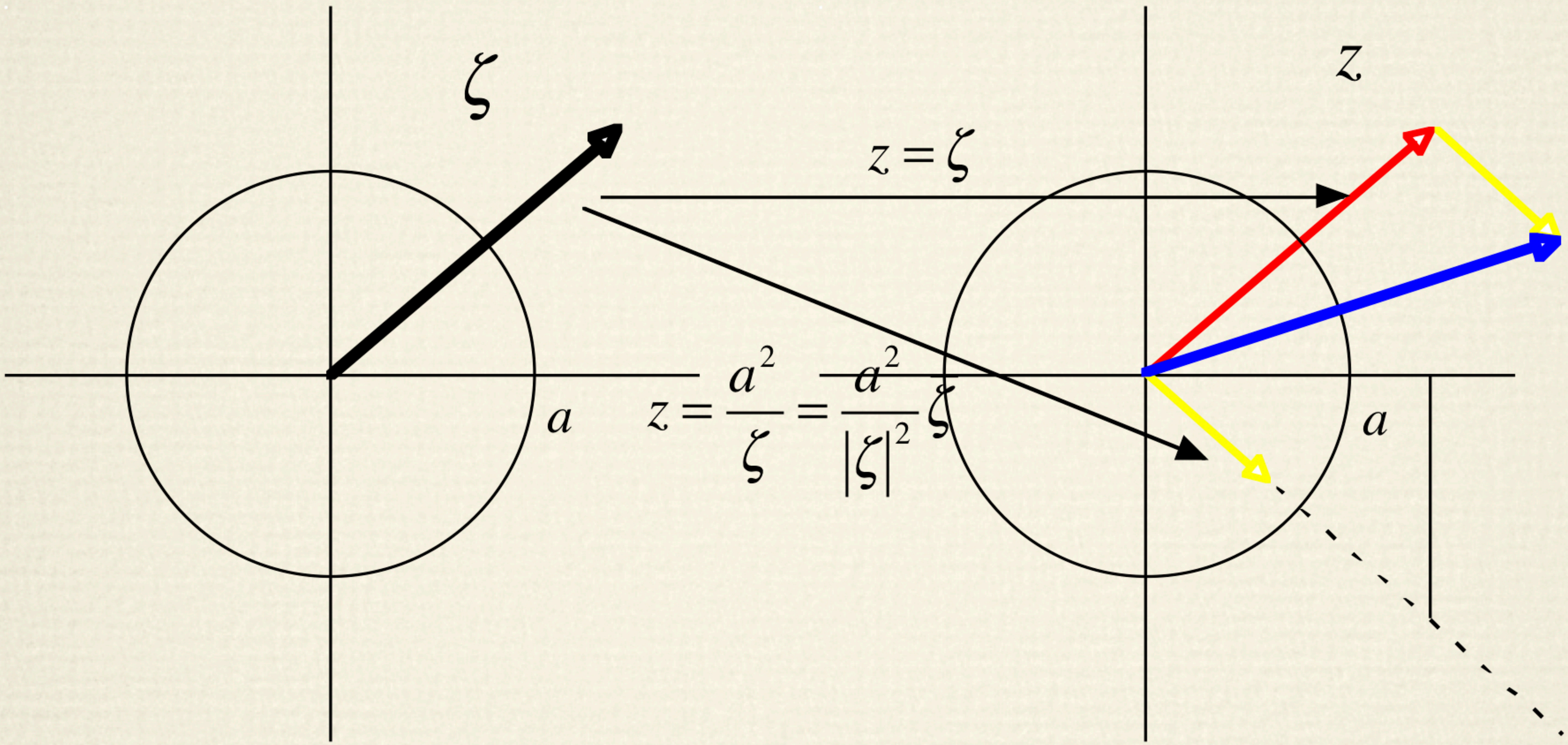




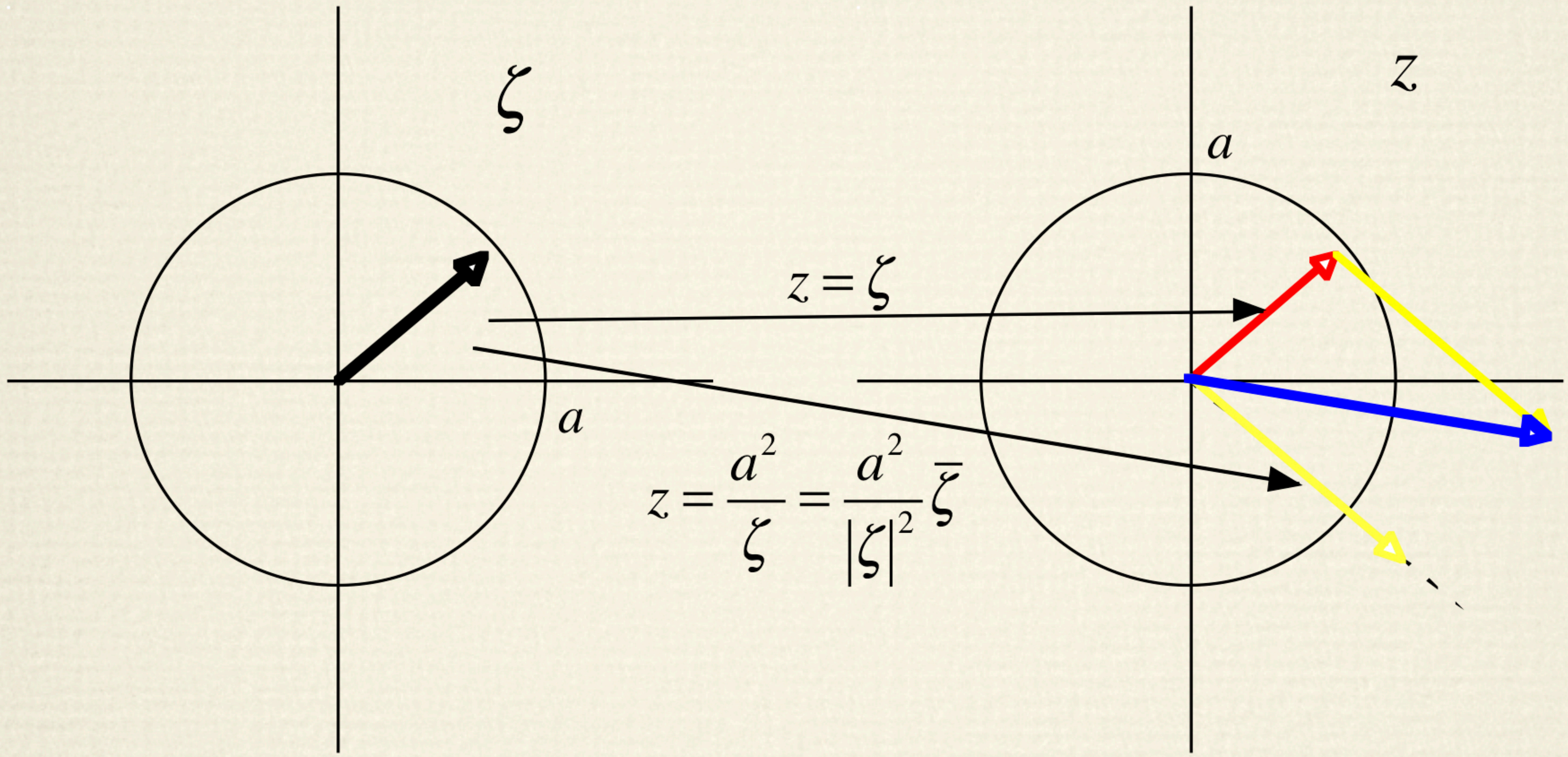
$$x = a - R\cos\beta + R\cos\phi + \frac{a^2\left(a - R\cos\beta + R\cos\phi\right)}{\left(a - R\cos\beta + R\cos\phi\right)^2 + \left(R\sin\beta + R\sin\phi\right)^2}$$

$$y = R\sin\beta + R\sin\phi - \frac{a^2 R\left(\sin\beta + \sin\phi\right)}{\left(a - R\cos\beta + R\cos\phi\right)^2 + \left(R\sin\beta + R\sin\phi\right)^2}$$

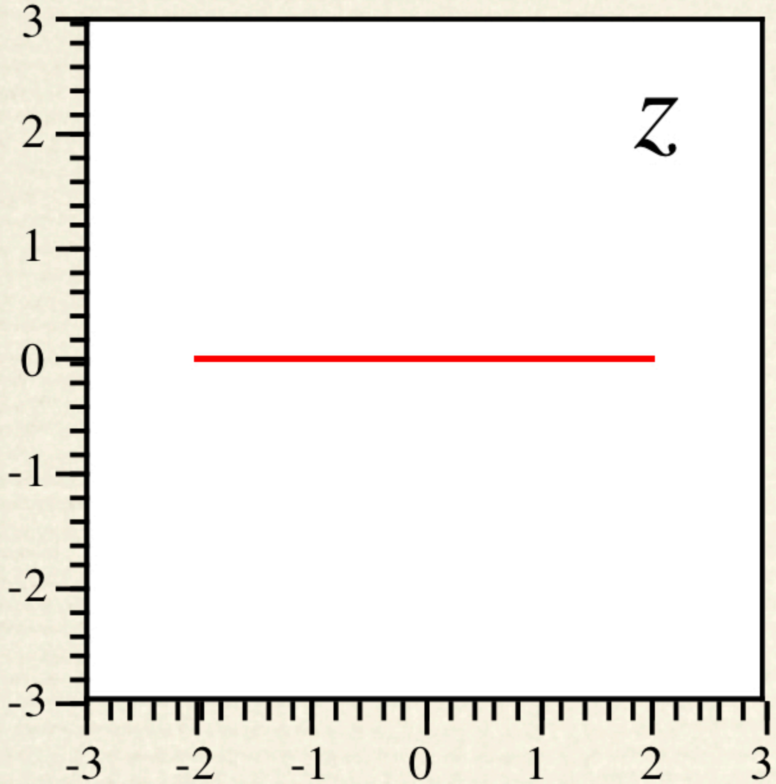
$|\zeta| > a$ のケース

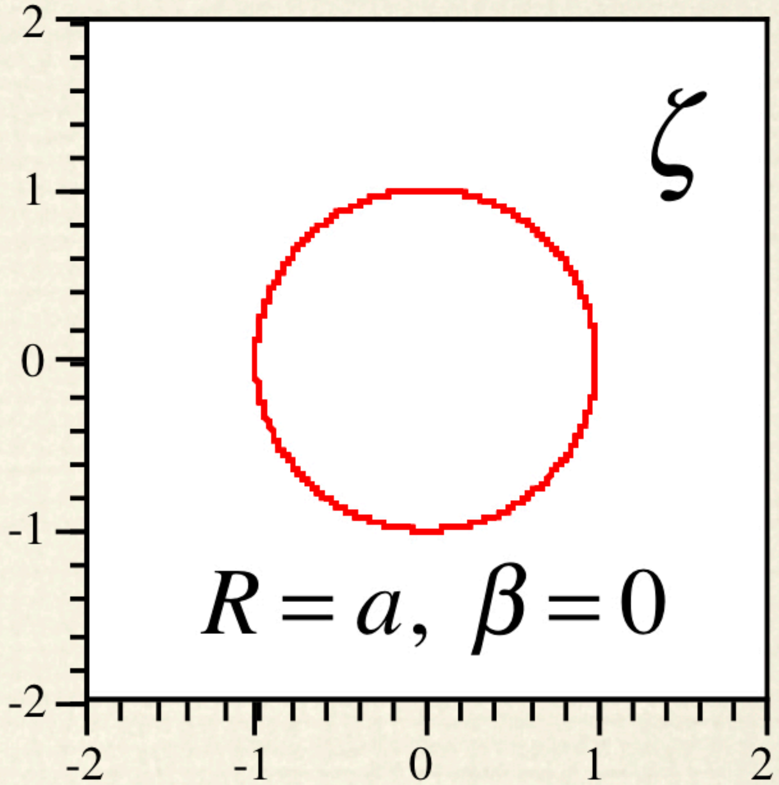


$|\zeta| < a$ のケース



平板翼



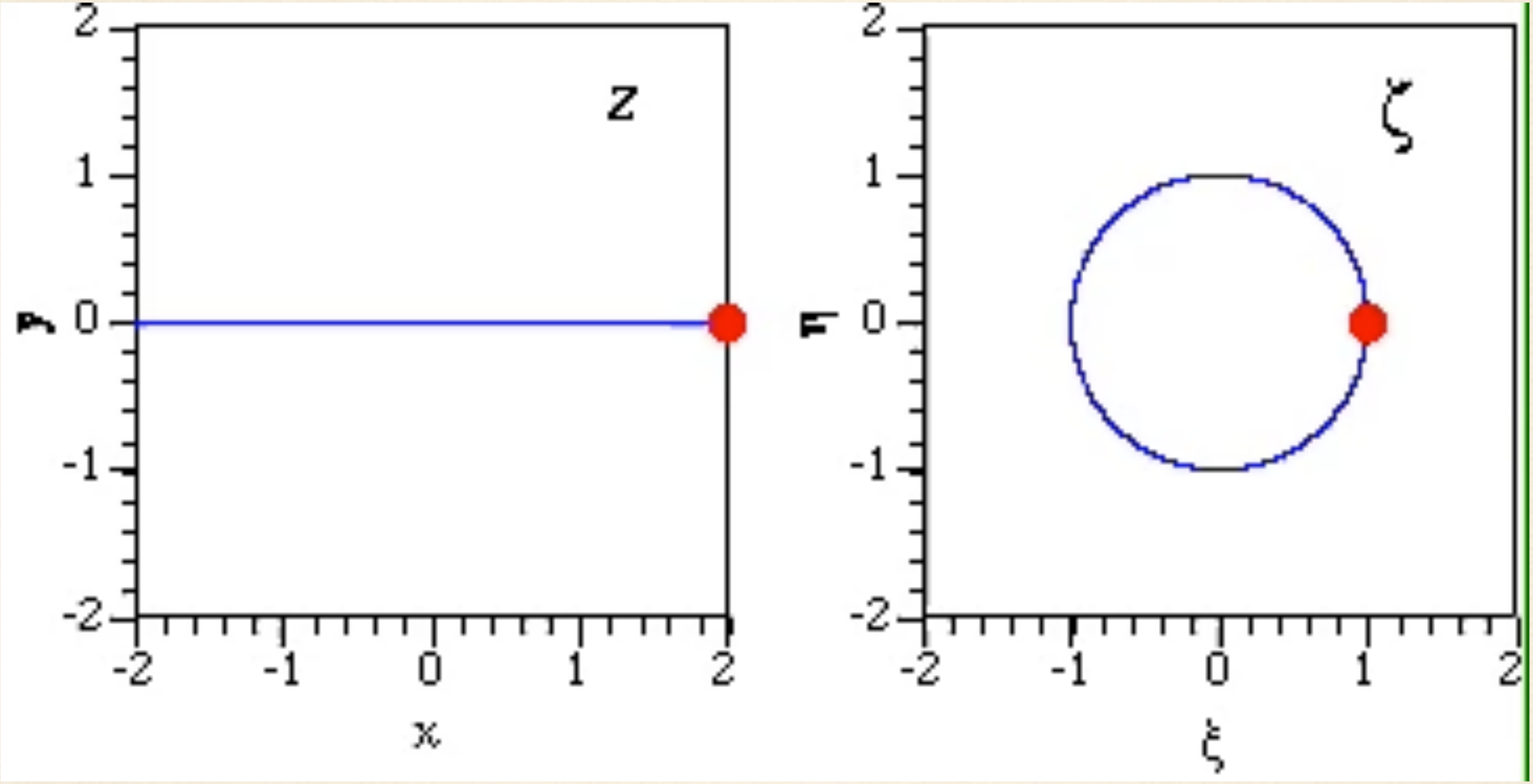


長さ$4a$の直線

$$z=2a\cos\phi$$

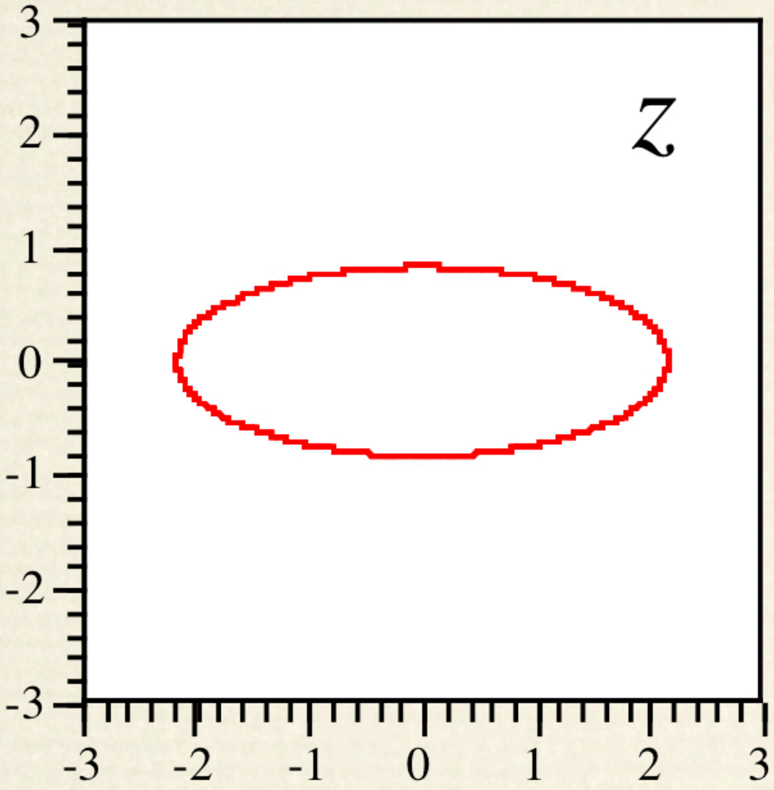
半径aの円 中心は原点

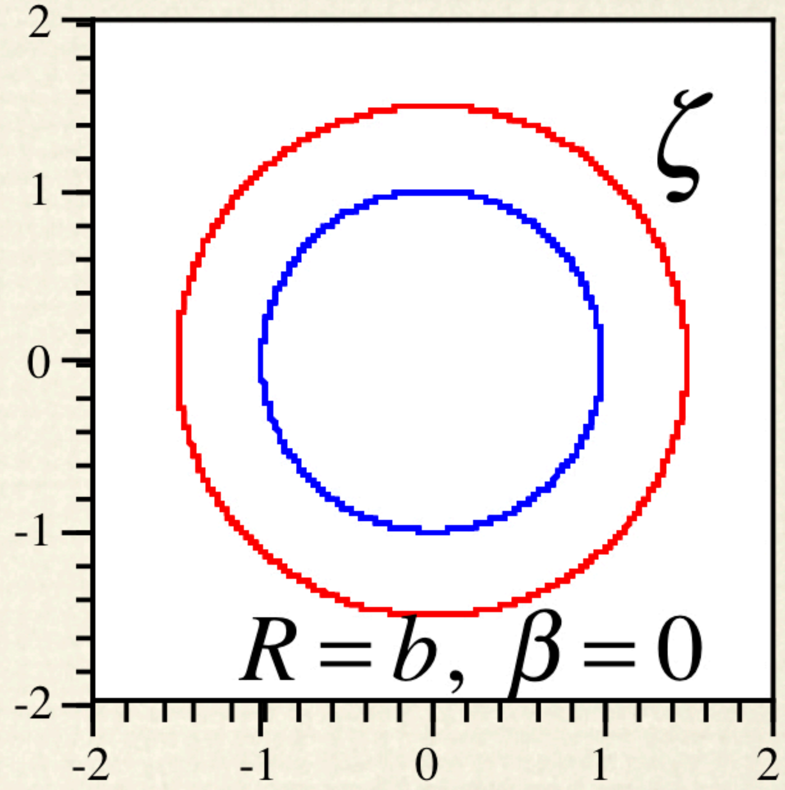
$$\zeta=a\cos\phi+ia\sin\phi$$



2
1
0
-1
-2
-2
-1
0
1
2
x
y
z
2
1
0
-1
-2
-2
-1
0
1
2
ξ
η
ζ

楕円翼





楕円

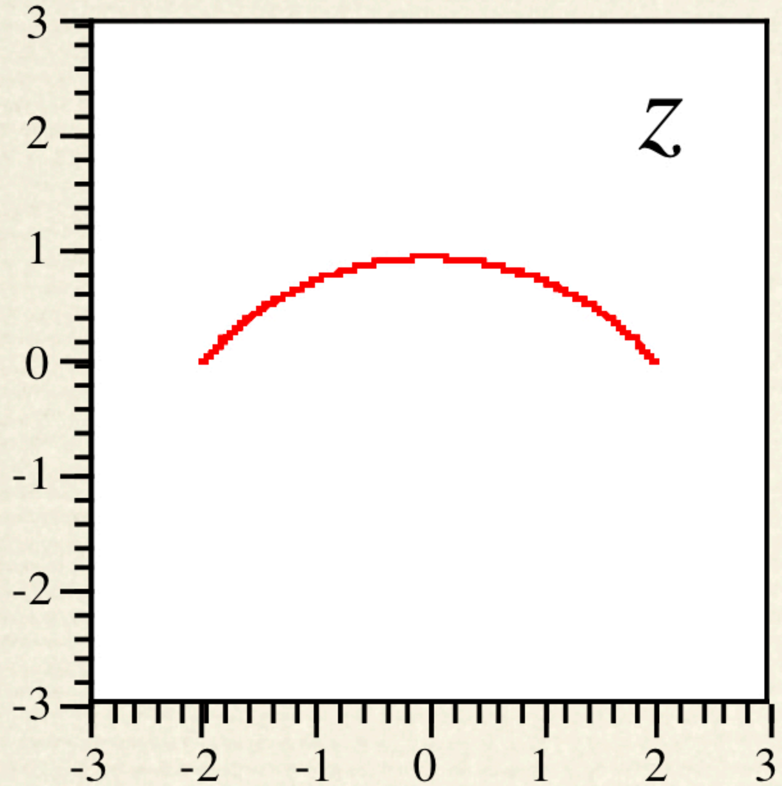
$$z = \left(b + \frac{a^2}{b}\right)\cos\phi + i\left(b - \frac{a^2}{b}\right)\sin\phi$$

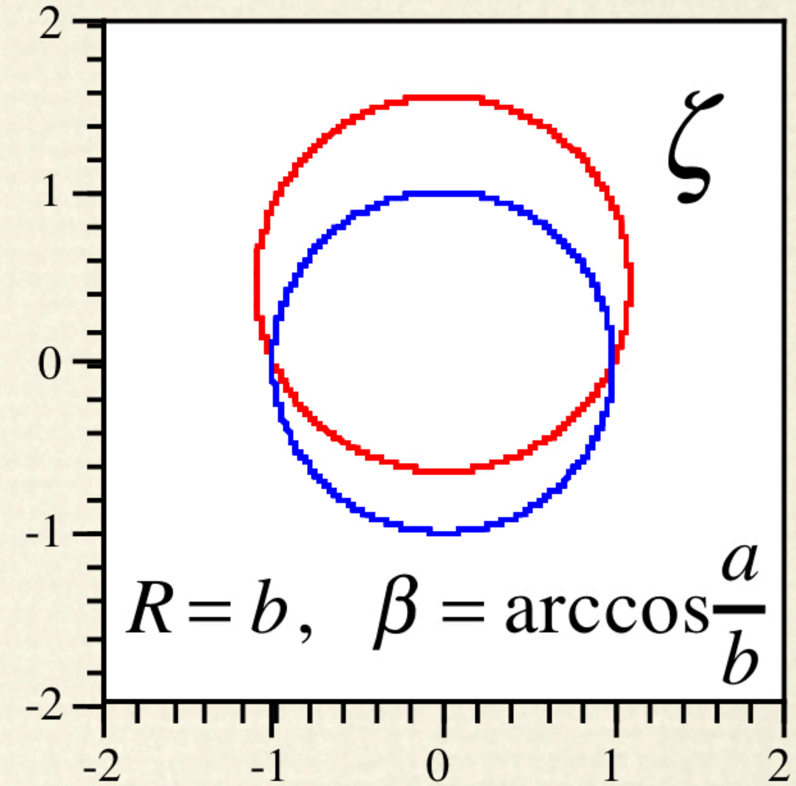
半径bの円 中心は原点

$$\zeta = b\cos\phi + ib\sin\phi$$

$$b > a$$

円弧翼





$$z=b\cos\phi\left(1+\frac{a^2}{b^2+2\eta_0 b\sin\phi+\eta_0^2}\right)$$

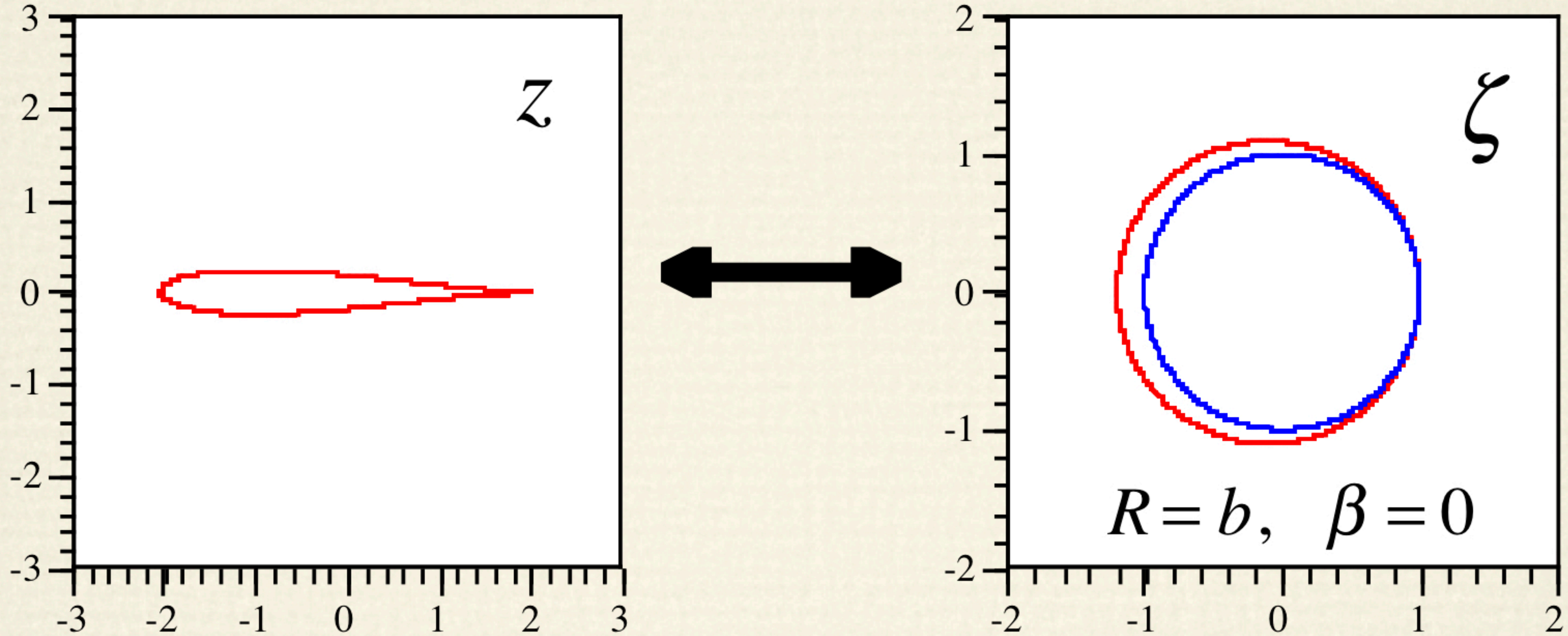
$$+i(b\sin\phi+\eta_0)\left(1-\frac{a^2}{b^2+2\eta_0 b\sin\phi+\eta_0^2}\right)$$

半径bの円中心を虚軸正の方向に移動

$$\zeta=b\cos\phi+ib\sin\phi+i\eta_0$$

$$b^2=a^2+\eta_0^2$$

対称ジューコフスキー翼



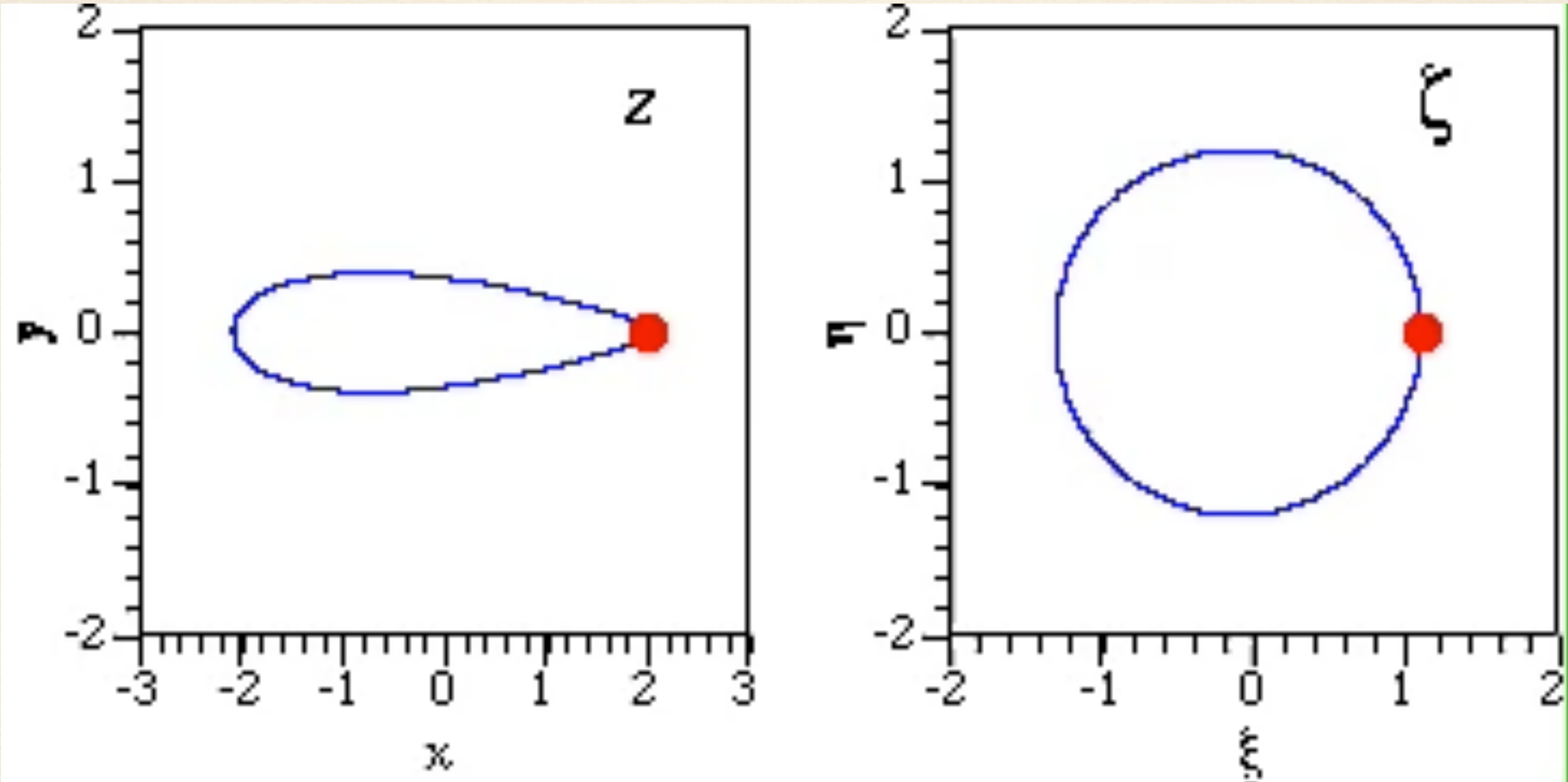
$$z=\left(a-b(1-\cos\phi)\right)\left(1+\frac{a^2}{2b(b-a)(1-\cos\phi)+a^2}\right)$$

$$+ib\sin\phi\left(1-\frac{a^2}{2b(b-a)(1-\cos\phi)+a^2}\right)$$

半径bの円中心を実軸負の方向に移動

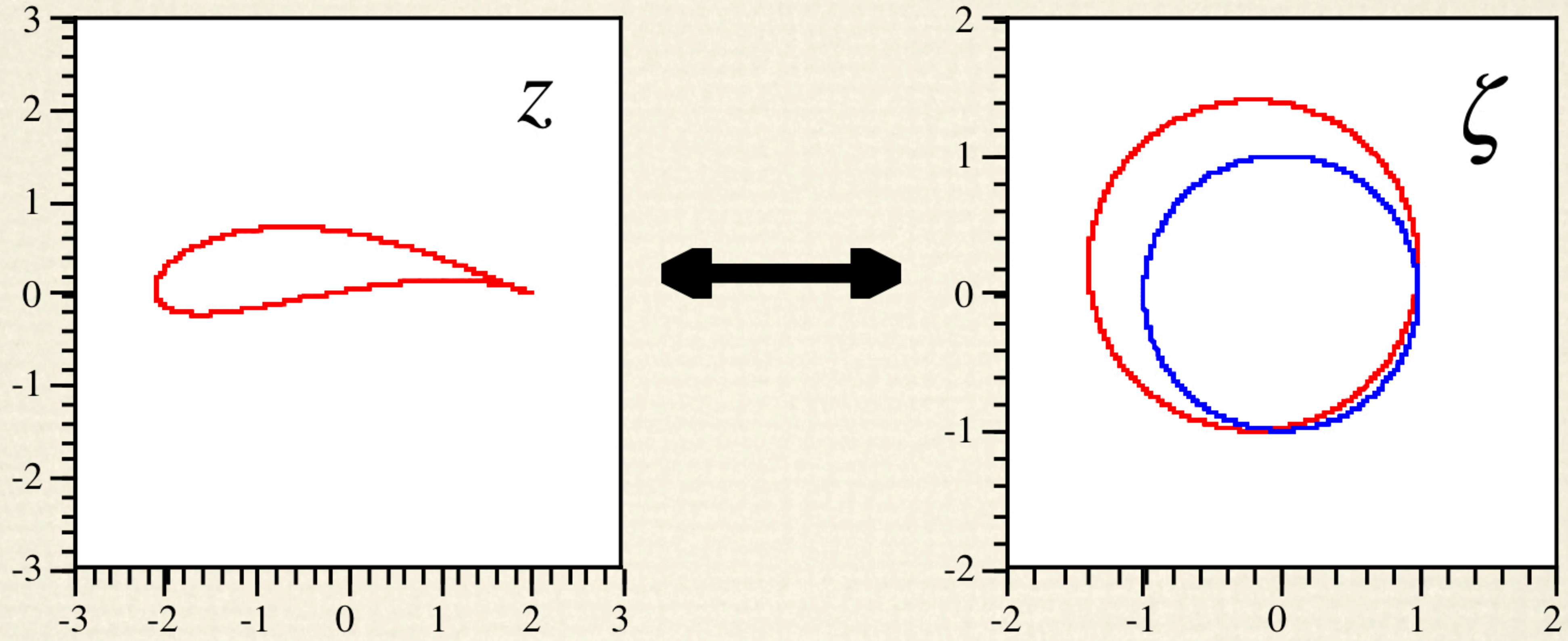
$$\zeta=b\cos\phi+ib\sin\phi+\xi_0$$

$$b+\xi_0=a$$



z
y
x
ζ
η
ξ

非対称ジューコフスキー翼



$$z=(b\cos\phi+\xi_0)\left(1+\frac{a^2}{(b\cos\phi+\xi_0)^2+(b\sin\phi+\eta_0)^2}\right)$$
$$+i(b\sin\phi+\eta_0)\left(1-\frac{a^2}{(b\cos\phi+\xi_0)^2+(b\sin\phi+\eta_0)^2}\right)$$

半径bの円中心を$(a,0)$を通る任意点に移動

$$\zeta=b\cos\phi+ib\sin\phi+\xi_0+i\eta_0$$

$$\begin{pmatrix} b\sin\phi+\eta_0=0 \\ b\cos\phi+\xi_0=a \end{pmatrix}$$

ジューコフスキー変換の問題点

- 翼後縁では上部面と下部面の傾きは一致する。
- そのため無限小の薄さとなり実際にはジューコフスキー翼は作成できない。

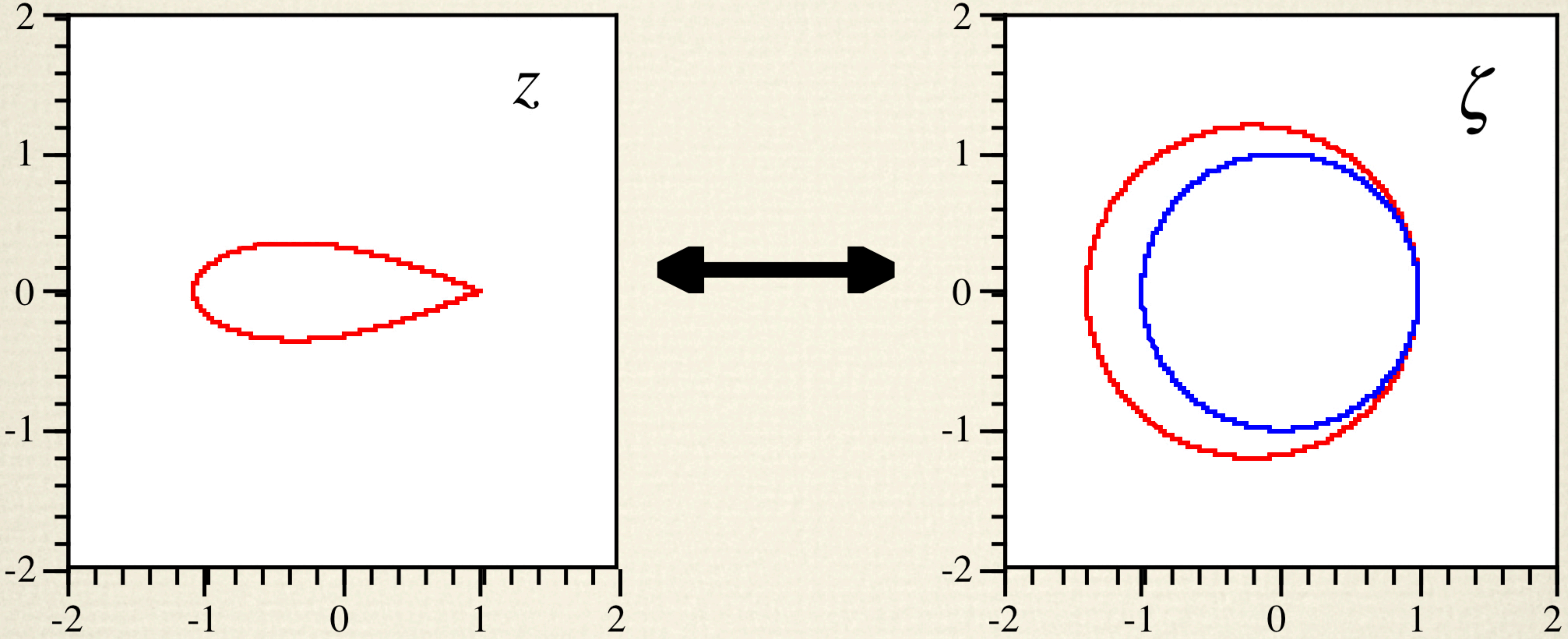
カルマン-トレフツ変換

$$\frac{z-a}{z+a}=\left(\frac{\zeta-a}{\zeta+a}\right)^k \quad 1<k<2$$

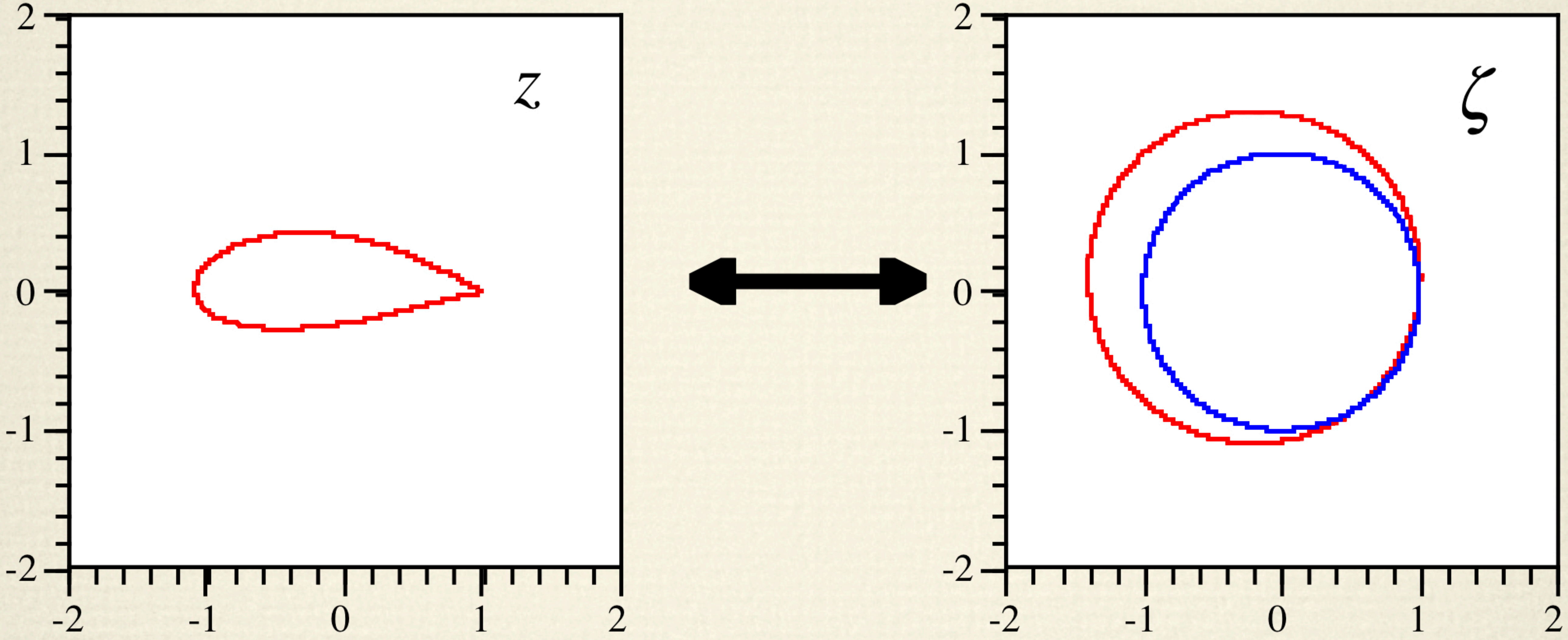
$k=1$ 無変換

$k=2$ ジューコフスキー変換

対称カルマン-トレフツ翼



非対称カルマン-トレフツ翼



- 教科書の付属ファイルを出版社のwebからダウンロードしてレポートを作成しなさい。
- 締め切りは2024年7月5日です。