完全確率の公式
＆　ベイズの公式

岡　本　正　芳

完全確率の公式

- 個々の確率から全体としての確率を評価する方法

$$p(B)=\sum_{i=1}^{n}p(A_i)p(B|A_i)$$

ベイズの公式

- 全体の中で個々の寄与を評価する方法

$$p(A_k|B)=\frac{p(A_k)p(B|A_k)}{p(B)}$$

例題

- ある1台のパソコンはa社、b社、c社の部品をそれぞれ10、30、60%含んでいる。それぞれの会社の部品の不良品発生率は0.5、0.4、0.1%であった。
- (1) パソコンが不良の確率は？
- (2) 不良品であった時、c社が責任を負うべき確率は？

解答.1

- 事象の設定
- 事象F：不良品である。
- 事象A: a社の部品である。
- 事象B: b社の部品である。
- 事象C: c社の部品である。

例えば

$$p(B) = 0.3$$

$$p(F|B) = 0.004$$

解答.2

- (1) パソコンが不良品である確率は？
- どこの会社の商品であっても不良品が入っていればパソコン全体としての不良品になると考えると個々の情報から全体を探る「完全確率の公式」を使う。

$$p(F) = p(A)p(F|A) + p(B)p(F|B) + p(C)p(F|C)$$

$$= 0.1 \times 0.005 + 0.3 \times 0.004 + 0.6 \times 0.001$$

$$= 0.0023$$

解答.3

- (2) 不良品であった時、c社が責任を負うべき確率は
- 個々の情報を探るため「ベイズの公式」を使う。

$$p(C|F) = \frac{p(C)p(F|C)}{p(F)}$$

$$= \frac{0.6 \times 0.001}{0.0023} = 0.26086\cdots$$

注意事項

- 方程式を解くということを考慮すれば、問題はもっといろいろに拡張できる。
- 例として、ある会社が不良品発生率を公開してなくても調べられるなど。
- 章末問題だけでなく、自分でも問題設定を考えて練習してください。