２項母集団の
検定と区間推定

岡本　正芳

２項母集団

次式の確率変数は

$$u=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i-np}{\sqrt{np\left(1-p\right)}}=\frac{x-np}{\sqrt{np\left(1-p\right)}}$$

近似的には標準正規分布に従う。

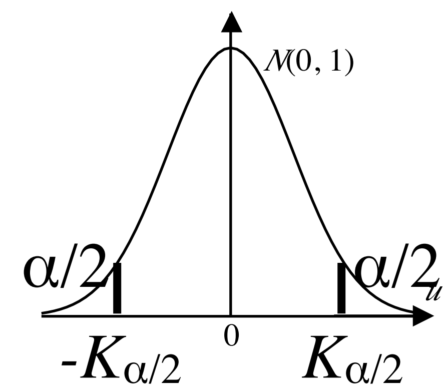
母集団比率の検定

両側検定(違うかどうか)

仮説H_0と対立仮説H_1を

$$H_0 : p = p_0 \qquad\qquad H_1 : p \neq p_0$$

とした場合、有意水準αで



$$\frac{\left|\sum_{i=1}^{n} x_i - np_0\right|}{\sqrt{np_0\left(1-p_0\right)}} > K_{\alpha/2}$$

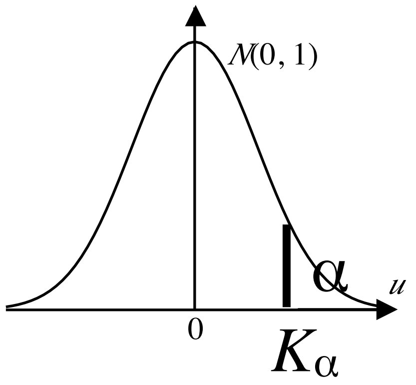
のとき。仮説H_0は棄却される。ここで np_0 は平均、$\sqrt{np_0\left(1-p_0\right)}$は標準偏差、$K_{\alpha/2}$は正規分布表から求める。

母集団比率の検定

右片側検定(大きいかどうか)

仮説H$_0$と対立仮説H$_1$を

$$\mathrm{H}_0 : p = p_0 \qquad\qquad \mathrm{H}_1 : p > p_0$$



とした場合、有意水準αで

$$\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i - np_0}{\sqrt{np_0\left(1 - p_0\right)}} > K_\alpha$$

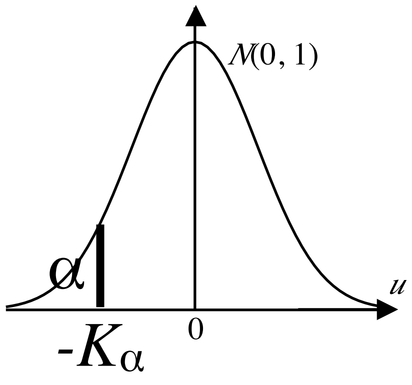
のとき。仮説H$_0$は棄却される。ここで np_0 は平均、$\sqrt{np_0\left(1-p_0\right)}$ は標準偏差、$K_{\alpha/2}$ は正規分布表から求める。

母集団比率の検定

左片側検定(小さいかどうか)

仮説H_0と対立仮説H_1を

$$\mathrm{H}_0 : p = p_0 \qquad \mathrm{H}_1 : p < p_0$$



とした場合、有意水準αで

$$-\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - np_0}{\sqrt{np_0\left(1-p_0\right)}} > K_\alpha$$

のとき。仮説H_0は棄却される。ここでnp_0は平均、$\sqrt{np_0\left(1-p_0\right)}$は標準偏差、$K_{\alpha/2}$は正規分布表から求める。

母集団比率の区間推定

信頼度$1-\alpha$で、母集団比率pは以下の範囲内にある。

$$\hat{p}-K_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}<p<\hat{p}+K_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}$$

ここで$\hat{p}$ は標本比率（$\hat{p}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ ）、$K_{\alpha/2}$ は正規分布表から求める。

検定よりは精度が落ちるので検定の代わりに区間推定は利用できない。